

EL USO DE LAS FIGURAS DE ANÁLISIS A TRAVÉS DE SUS FUNCIONAMIENTOS Y FORMAS

Mónica Lorena Micelli, Cecilia Rita Crespo Crespo y Gabriela Buendía
Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González”
CICATA – Instituto Politécnico Nacional
monikmathis@gmail.com, crccrespo@gmail.com, buendiag@hotmail.com

Argentina
México

Resumen. Este artículo tiene su origen en la detección de dificultades que presentan los alumnos del Profesorado de Matemática al usar figuras de análisis. Una manera de mirar dicha problemática es desde la Sociopistemología. Este marco brinda las herramientas teóricas para poder llevar a cabo, a futuro, un estudio de campo sobre los usos de las figuras de análisis. El concepto teórico de los *usos* se abordará a través de la conjunción entre *funcionamiento* y *forma*, elementos metodológicos que permitirán estudiar las figuras de análisis en la resolución de actividades de geometría.

Palabras clave: figuras de análisis, usos, funcionamiento, forma

Abstract. This article has its origin in the difficulties that are presented by the students at the Mathematics Teachers' Training College when they use figures of analysis. One perspective to this problem is the Sociopistemology perspective. This framework provides the theoretical tools that we will use in the field of study about the *uses* of the figures of analysis. This theoretical concept of the *uses* will be approached through the combination between *functions* and *forms*. These methodological elements will allow studying the figures of analysis in geometric exercises.

Key words: figures of analysis, uses, functions, forms

Introducción

En este trabajo se presentan los primeros avances de la investigación doctoral en CICATA, IPN. Su origen es la problemática detectada en el aula de Matemática, un fenómeno didáctico que se identificó en la clase de Geometría. Se han percibido dificultades por parte de los alumnos del Profesorado de Matemática en el empleo de las figuras de análisis tanto en construcciones como en demostraciones geométricas. Estas dificultades observadas consisten en la confección y análisis de casos particulares como si fueran generalidades, llegando a respuestas incompletas, como así también, a errores cometidos al momento de interpretar los datos del enunciado y confeccionar la figura de análisis que llevan a soluciones incorrectas. Algunas de estas dificultades fueron mencionadas en otras investigaciones (Siñeriz y Ferraris, 2008; Gal y Linchevski, 2010) que se centran en la resolución de problemas geométricos y no en las figuras como el presente trabajo.

Se entiende por figuras de análisis a aquellos dibujos que se realizan sin necesidad de regla y compás pudiendo presentar imprecisiones pero, aún así, sirven de soporte para volcar en ellos, datos e incógnitas que se desprenden del enunciado con la finalidad de poder establecer relaciones entre ellos de forma visual. Dichas figuras son un registro gráfico y simbólico que permiten trabajar de manera más sencillas. Es así como se convierten en un medio que favorece la reflexión entre los datos conocidos y las incógnitas. En algunos casos, no solo son un soporte para la abstracción sino que también se transforman en parte de la argumentación, siendo ésta de

naturaleza gráfica. Aunque se considera a las figuras de análisis, como herramienta de gran utilidad, su finalidad no es reemplazar a ningún procedimiento aritmético o algebraico, sino que son un medio para organizar los datos e interpretarlos para continuar con el procedimiento de resolución de la actividad.

En este artículo, se hace una presentación del concepto teórico del uso en relación a las figuras de análisis, desde la mirada socioepistemológica. La intención es analizar el papel que juegan dichas figuras en la resolución de actividades geométricas. El objetivo de la investigación es procurar reconocer a las figuras de análisis como una herramienta funcional en la clase de Geometría de forma tal que adquieran una presencia explícita en el Discurso Matemático Escolar con una intencionalidad didáctica pues se considera que su rol influye en la construcción de saberes geométricos.

Fundamentos teóricos

Esta problemática observada sobre el empleo de las figuras de análisis en la resolución de diversas actividades de Geometría por parte de los alumnos del Profesorado de Matemática, se analiza desde el marco de la Sociopistemología. Este enfoque teórico explica algunas acciones de “adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza” (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez, 2006, pp.85-86).

La investigación socioepistemológica, según las palabras de Castañeda, otorga “un estatus de constructor del conocimiento matemático al sistema social y a sus actores –que no necesariamente pertenecen a la elite erudita-, admitiendo sus prácticas cotidianas y el saber que de ellas se deriva” (2002, p.31). Dicha aproximación teórica es la conjunción de cuatro dimensiones que se relacionan de una manera sistémica. Esta perspectiva permite abordar con una mirada múltiple y compleja tanto la producción del conocimiento matemático como su transmisión y difusión. La dimensión epistemológica brinda las explicaciones sobre las nociones del conocimiento matemático, mientras que la dimensión cognitiva hace referencia a cómo ese concepto es aprendido. Además, existen otras dos dimensiones que se ponen en juego e interactúan con las anteriores: la dimensión didáctica que se refiere a la manera en cómo ese saber es transmitido, es decir las vías de institucionalización que se dan a través de la enseñanza y la dimensión social que va a matizar a las anteriores: a cómo ese conocimiento se construyó, así también, a cómo se lo transmite y se lo aprende. Estas acciones no se dan de una forma aislada sino que ese saber se

encuentra influenciado por el escenario en el cual surge, de manera tal que lo social y lo cultural va a afectar en su construcción.

Esta perspectiva “no mira a los conceptos y sus diferentes estructuraciones de manera aislada, sino atiende a las prácticas que producen o favorecen la necesidad de tales conceptos” (Cordero, Cen y Suárez, 2010, p.190). Este marco teórico tiene en cuenta al saber en uso a través de las *prácticas*. En resumen, en este enfoque “se prioriza la actividad humana contrastando con enfoques teóricos que giran alrededor de objetos matemáticos” (Crespo Crespo, 2012, p.93) reconociéndole, a este conocimiento matemático como construcción social.

En el marco de la Socioepistemología se estudian las figuras de análisis con la intención de revalorizar su presencia y darle un lugar explícito en el Discurso Matemático Escolar ya que se ha detectado que no tienen la intencionalidad de ser enseñadas, ni se incluye su uso en el currículo escolar como contenido procedimental explícito a ser enseñado pero a pesar de todo ello, estas figuras están presente en el aula de Matemática (Micelli, 2010). Solo se emplean como una herramienta sin estudiar el alcance de las mismas y la intención de la investigación es comprender cómo su uso influye en la construcción de nuevos conocimientos.

Se reconoce que el uso de las figuras de análisis no se encuentra limitado al aula de Matemática sino que las mismas son empleadas en escenarios no académicos, utilizadas por determinados grupos sociales que comparten un oficio (Micelli y Crespo Crespo, 2013). Estas figuras son una herramienta que no solo se emplean en la clase de Geometría sino que forman parte de la actividad humana y en el aula juegan un papel importante a la hora de construir nuevos conocimientos. La intención es resignificar el uso de las figuras de análisis para que éstas sean funcionales a los nuevos saberes contruidos. Para la mirada de la Socioepistemología, el foco de estudio no se encuentra en el objeto construido a partir de la actividad humana, sino en el papel que juegan las prácticas sociales en la producción de dicho conocimiento, con el objetivo de modelar situaciones para la intervención didáctica (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez, 2006). Este trabajo se centrará en el estudio de su uso en la clase de Geometría, pasando de los objetos a las prácticas que involucren dichos objetos. Se considera que el marco teórico no solo permite ver la problemática en el aula sino que brinda las herramientas teóricas para interpretarla y dar respuestas. Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez y Suárez hacen referencia a “la Socioepistemología como base de reconstrucción de significado” (2003, p.418). Entender a la epistemología a través de la actividad del hombre permite estudiar objetos que no se encuentran definidos en la estructura matemática, pero que sí están presentes si se estudia al hombre haciendo Matemática (Arrieta et. al, 2003).

Los usos desde la Socioepistemología

Para comprender qué se entiende por el concepto de *usos*, se han tomado las palabras de Cordero y Flores quienes manifiestan: “el ‘uso’ es la función orgánica de la situación que se manifiesta por las ‘tareas’ que componen la situación, y la forma del ‘uso’ serán la clase de esas ‘tareas’” (2007, p.13). Realizar investigaciones basadas en los usos de un saber matemático permite construir marcos de referencias que transformen a la matemática que se da en el aula en una matemática funcional (Cordero et. al, 2010).

En diversas investigaciones (Cordero, 2005a, 2005b, 2006) se establece a la graficación como una práctica social y se establece que “la graficación son argumentaciones del Cálculo” (Cordero, 2006, p.11) y esta práctica se desarrolla a través del ‘uso de las gráficas’ en prácticas institucionales. Para la presente investigación se han tomado como antecedentes estos estudios sobre el uso de las gráficas para luego ser transpuesto los conceptos teóricos que sirven como unidad de análisis al caso puntual de las figuras de análisis.

Usos de las figuras de análisis

Aún teniendo un objeto de estudio diferente, se considera que los trabajos de Cordero aportan elementos teóricos como la dialéctica de *funcionamientos* y *formas* que pueden servir para el estudio de los *usos* de las figuras de análisis. Ambos estudios, sobre gráficas y figuras, comparten la característica que sus objetos de estudio son “un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación” (Cordero 2006, p.19). Puede decirse que forman parte de un conjunto de registro gráfico con significados propio y diferentes entre ellas. Estos trabajos presentan una propuesta metodológica que se considera pertinente para estudiar el uso de las figuras de análisis en el marco de la Socioepistemología. Estos instrumentos metodológicos son los conceptos de *funcionamientos* y *formas* que se describen a continuación.

Funcionamiento y forma

Para poder acercarse al estudio de dichos *usos* se tomarán los conceptos propuestos en los trabajos de Cordero, como ya se ha mencionado, quien presenta el estudio de las gráficas a partir de la conjugación entre *funcionamientos* y *formas* de las mismas. Se entiende por funcionamiento a “(...) las ejecuciones, acciones u operaciones que desempeñan la gráfica en una situación, mientras que la forma son las clases de esas ejecuciones, acciones u operaciones” (Cordero et. al, 2010, p.199). Por otro lado, Buendía explica: “por funcionamiento, se reconoce la variedad de tareas que le corresponde realizar a una gráfica cuando se analiza qué se presenta a través de ella, de qué informa, para qué está presente” (2011, p.100). Es decir, el rol que desempeñará dicha gráfica en relación a una tarea, mientras que para las formas especifica que son “la apariencia perceptible de

la misma [gráfica] como el hacer del individuo sobre ella” (Buendía, 2011, p.100). La *forma* puede entenderse como las características visibles de la figura realizada como así también las acciones que se realizan y el *funcionamiento* como la tarea que dicho dibujo favorece.

Para esta investigación se considera que estos conceptos teóricos y propios del marco como son: los *usos*, el *funcionamiento* y la *forma* (con su origen en el estudio de las gráficas) pueden ser herramientas teóricas para estudiar el *uso* de las figuras de análisis en la resolución de actividades geométricas. Se espera que el estudio de campo permita dar respuesta, a cuáles son los funcionamientos y las formas propias de las figuras de análisis, para así poder aproximarse a comprender el uso que desempeñan dichas figuras en la resolución de problemas de Geometría.

Estudiar estos elementos permitirá entender en profundidad el *uso* que convierte a las figuras de análisis en un instrumento funcional para el estudiante frente a la construcción de conocimiento matemático presente en la clase de Geometría.

Estudio de casos

La técnica de muestreo seleccionada es trabajar con grupos de clase, con alumnos que asisten al Profesorado de Matemática de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina. Para la recolección de la información se ha pensado diseñar varios instrumentos y se han detectado varias fases en el trabajo debido a que se ha elegido un procedimiento en cadena. Es decir, a partir de un primer instrumento se recogen datos, se profundiza en los resultados obtenidos y a partir de ellos, se confecciona un nuevo instrumento en una etapa posterior para obtener nuevos datos.

En la primera fase se han hecho algunas experiencias exploratorias con la intención de diseñar, luego, un instrumento que permita analizar el *uso* de las figuras a través del funcionamiento y la forma con mayor profundidad. Para este artículo se realiza el estudio de dos casos a modo de ilustración para ser analizados bajo estos conceptos teóricos desarrollados anteriormente en el caso puntual de las figuras de análisis.

Se han seleccionado dos figuras de análisis realizadas a la hora de resolver dos tareas por parte de los alumnos ingresantes al profesorado para luego realizar un análisis cualitativo.

Caso A: “Calcula el perímetro y el área de un cuadrado sabiendo que un lado mide $3x-1$ cm y el otro $x+3$ cm.”

Caso B: “Demuestra que la longitud de la mediana relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la mitad de la longitud de la hipotenusa.”

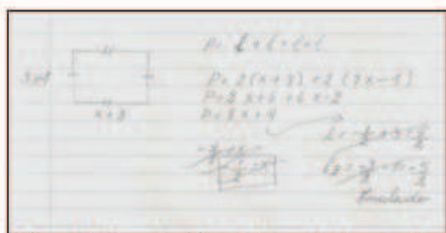


Figura 1: Resolución gráfica y algebraica (caso A)

A)

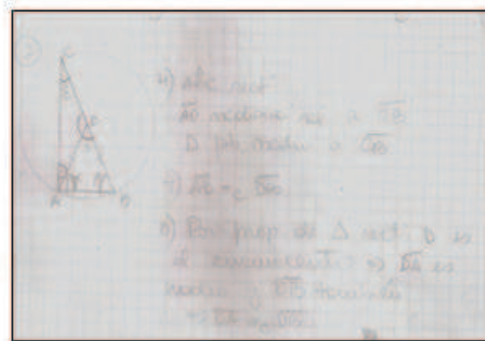


Figura 2: Resolución gráfica y deductiva (caso B)

En el siguiente cuadro se organiza el análisis cualitativo realizado sobre los dos casos presentados.

	Caso A	Caso B
Descripción	Esta es una actividad de aplicación. En la resolución algebraica puede verse que se arrastra el error cometido al construir la figura de análisis. No se toma como error haber confeccionado un rectángulo que no sea cuadrado, sino que la dificultad se presenta al momento de simbolizar los lados consecutivos del cuadrilátero como longitudes diferentes, lectura que se desprende de los códigos gráficos empelados.	Esta es una actividad de deducción. La figura de análisis facilita la demostración deductiva pues en ella se incluyen elementos y se plantean relaciones no explícitas en el enunciado del problema pero que guían la demostración deductiva
Usos	- organización de la información	- organización de la información -deducción de relaciones geométricas
Funcionamientos	-asociación entre dibujo y situación planteada - interpretación la información -síntesis de la información	- interpretación la información - análisis de la información - descripción visual e interrelaciones entre datos y deducciones
Forma	- dibujo a mano alzada - dibujo esquemático - códigos gráficos (congruencia de longitudes) - registro de los datos: cualitativos y cuantitativos	- dibujos con instrumentos geométricos -dibujo esquemático -códigos gráficos (congruencia de longitudes y ángulos) -datos cualitativos -se identifican elementos geométricos -se identifican las relaciones entre objetos o propiedades geométricas - se construye objetos auxiliares (circunferencia)

Cuadro I: Análisis cualitativo de los dos casos presentados.

En el cuadro puede verse que aún en el ejemplo en donde la figura de análisis no se realizó en forma correcta y que no permitió llegar a solución correcta, se puede analizar la conjunción entre *funcionamiento* y *forma* en el uso de la figura confeccionada. Cabe destacar que no es intención del trabajo solo analizar aquellas construcciones donde la figura de análisis no es una herramienta útil sino que la idea es estudiar su uso de manera global. En el segundo caso, la figura brinda los datos necesarios (conceptos y propiedades geométricas) que luego se reorganizan y son tenidos en cuenta en los pasos deductivos de la demostración.

Reflexiones finales

En este artículo se abordan aquellos conceptos propios de la Socioepistemología que permiten hacer un estudio profundo del uso de las figuras de análisis en la resolución de diferentes tareas de Geometría. Se parte de entender a estas figuras como un soporte físico sobre el cual se trabaja para reflexionar, establecer relaciones y extraer conclusiones que permitan llegar a la respuesta de un enunciado planteado. Desde esta perspectiva se considera que es posible estudiar los usos de las figuras de análisis en la resolución de actividades geométricas, accediendo a esos usos a partir de la conjunción de dos conceptos: *funcionamientos* y *formas*.

Los pasos a seguir es diseñar instrumentos que permitan recoger información sobre el uso de las figuras de análisis por parte de los alumnos del Profesorado de Matemática. Se ha presentado dos casos a modo de ejemplo que demuestra que es posible crear instrumentos para abordar el estudio de los *funcionamientos* y *formas* propias de estas figuras en un contexto geométrico. Siendo los *funcionamientos* y *formas*, elementos teóricos a partir de los cuales es posible estudiar los usos de las figuras de análisis.

Referencias bibliográficas

- Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G. y Suárez, L. (2003). Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático. En L. Díaz Moreno (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 17, 418-422. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Buendía, G. (2011). El uso de las gráficas para resignificar elementos de las ecuaciones diferenciales lineales. En R. Rodríguez, E. Aparicio, N. Jarero, L. Sosa, B. Ruíz, F. Rodríguez, J. Lezama y M. Solís (Eds.), *Memoria de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 100-106. México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A.C.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez, G. (2006). Sociología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Número especial, 83-102.

- Castañeda, A. (2002). Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 5(1), 27-44.
- Crespo Crespo, C. (2012). Socioepistemología. En M. Pochulu y M. Rodríguez (Eds.), *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 91-114), Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento.
- Cordero, F. (2005a). El rol de algunas categorías el conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8(3), 265–286.
- Cordero, F. (2005b). La Socioepistemología en la Graficación del Discurso Matemático Escolar. En J. Lezama (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18, 477-482. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cordero, F. (2006). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano*. Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C., 265-286.
- Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el Bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 13(2), 187-214
- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* 10(1), 7-38.
- Gal, H. y Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educ Stud Math* 74, 163–183.
- Micelli, M. (2010). *Las figuras de análisis en geometría. Su utilización en el aula de matemática*. Tesis de Maestría no publicada, Cicata - IPN, México.
- Micelli, M. y Crespo Crespo, C. (2013). El uso de figuras de análisis en escenarios no escolares. Su influencia en el aula de matemática. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 26, 1313-1321. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Siñeriz, L. y Ferraris, C. (2009). Heurísticas: un componente del proceso de aprender a demostrar. *Revista de Educación Matemática* 24 (1). Recuperado el 15 de marzo de 2013 de http://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/digital24-1/Investigacion24-1/6_Heurísticas.pdf.